1．求函数在点处沿从点到点方向的方向导数.

解：

，,，。

因为



所以.

2．求函数在点沿，，在此 点的切线方向上的方向导数。

解：因曲线过点，所以，，，，切线的方向余弦为，又，类似地，，，故.

3．求抛物面与抛物柱面的交线上的点处的切线方程和平面方程.

解：交线方程，只要取作参数，得参数方程：



则有，，，于是交线在点处的切线向量为.

切线向量为

法平面方程为，即.

4．求曲面上点处的切平面方程和法线方程.

解：记，则

，，

于是曲面在点处的法线向量为



从而，切平面方程为，即，法线方程为.

5．求曲线，，上点，使在该点处曲线的切线平行于平面.

解：曲线在点处的切线方程为



又切线与平面平行，即切线的方向向量和平面的法向量垂直，应有，即，得

所以点的坐标为.

6．求函数的极值.

解：解方程组，求得驻点，由于，，，，所以在点处，函数取得极大值，极大值为.

7．求函数的极值.

解：解方程组，得驻点。由于，，在点处，，，，，所以函数在点处取得极小值，极小值为.

8．要建造一个容积为10立方米的无盖长方体贮水池，底面材料单价每平方米20元，侧面材料单价每平方米8元.问应如何设计尺寸，方便材料造价最省？

解：设水池的长为米，宽为米，高为米，则材料造价为

，(，，)， (1)

且，，必须满足

， (2)

从(2)解出代入(1)，得，(，)，于是问题就成为求当，时的最小值，由极值的必要条件，有



解此方程组得.

据题意存在最小造价，而，是唯一驻点，所以当，，时，水池的材料造最小.

9．求内接于椭球面的最大长方体的体积.

解：设是内接长方体在第一褂限内的顶点，由对称性，长方体的体积为：

 (，，)

由于在椭球面上，故，，应满足条件：，于是问题即求函数在约束条件下的条件极限问题。引入——函数

令

得：，得唯一解：，，

由题意，所求的最大体积存在故以点(,,)为一个顶点所作的对称于坐标面的内接于椭球面的长方体的体积最大.

最大体积为.

10．抛物面被平面截成一椭圆，求原点到这椭圆的最长与最短距离。

解：设椭圆上点的坐标为，则原点到椭圆上这一点的距离平方为，其中同时满足和，令，由

的前两个方程知.

将代入和得

和，再由解得，，由题意这种距离的最大值最小值一定存在，所以必在这两点处取得，因为





所以为最长距离；为最短距离.